

LAPORAN HASIL PENELITIAN

**MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK SATU JENIS BARANG
DENGAN MELIBATKAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT***



J. Dharma Lesmono
Taufik Limansyah

**LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
BANDUNG
2012**

ABSTRAK

MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK SATU JENIS BARANG DENGAN MELIBATKAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

J. Dharma Lesmono dan Taufik Limansyah
Jurusan Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains
Universitas Katolik Parahyangan

Persediaan merupakan salah satu faktor yang penting dalam suatu perusahaan untuk menjamin kelancaran suatu proses produksi/usaha bisnis bagi perusahaan yang bersangkutan. Dalam dunia industri, sering dijumpai bahwa *supplier* akan memberikan potongan harga (diskon) kepada perusahaan bila perusahaan membeli barang dalam jumlah tertentu. Faktor diskon yang diberikan oleh *supplier* dapat dimanfaatkan oleh perusahaan untuk menurunkan biaya total persediaan. Namun perlu dipertimbangkan juga bahwa dengan pembelian bahan baku/barang dalam jumlah banyak akan meningkatkan biaya simpan dan biaya perawatan yang secara langsung akan meningkatkan biaya total persediaan. Oleh sebab itu, dalam penelitian ini akan dibahas mengenai model persediaan barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* dengan permintaan yang probabilistik. Dari model ini akan diperoleh kuantitas pemesanan yang optimal yang akan meminimumkan biaya total persediaan.

Kata kunci : *persediaan, probabilistik, all unit discount.*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Kuasa, karena atas segala rahmat dan kasihNya penelitian dengan judul “*Model Persediaan Probabilistik Satu Jenis Barang Dengan Melibatkan Faktor All Unit Discount*” dapat diselesaikan. Makalah ini disusun sebagai laporan tertulis kegiatan penelitian yang dilakukan selama Semester Ganjil 2012/2013. Hasil penelitian ini juga telah dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika dan Terapan (SiManTap) 2012 di Universitas Muslim Nusantara Al-Washliyah, Medan, Sumatera Utara pada tanggal 28-29 November 2012 yang diselenggarakan oleh Himpunan Matematika Indonesia (IndoMS) wilayah Aceh dan Sumut.

Dalam menyelesaikan penelitian ini, penulis telah menerima bantuan dan dukungan dari berbagai pihak yang keterlibatannya sangat berarti. Penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada Dekan Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Ketua dan Sekretaris Jurusan Matematika Universitas Katolik Parahyangan yang telah membantu kelancaran pemenuhan persyaratan administratif, serta Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Katolik Parahyangan yang telah memberikan bantuan dana penelitian sehingga penelitian ini dapat berjalan dengan lancar dan terselesaikan dengan baik.

Seperti kata pepatah “*Tiada Gading yang Tak Retak*”, demikian juga dengan penelitian ini. Oleh karena itu, dengan senang hati penulis akan menerima kritik dan saran yang sifatnya membangun untuk penyempurnaan penelitian ini. Akhir kata penulis berharap semoga penelitian ini dapat memberikan manfaat bagi yang memerlukannya.

Bandung, Desember 2012

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL	vii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Tujuan Penelitian	3
1.4. Batasan Masalah	3
1.5. Sistematika Penulisan	4
BAB II MODEL PROBABILISTIK PERSEDIAAN BARANG <i>ECONOMIC</i> <i>ORDER QUANTITY</i>	6
2.1. Formulasi Matematika Untuk Model Probabilistik Persediaan Barang <i>EOQ</i>	8
2.2. Prosedur (Algoritma) Pencarian Jumlah Pemesanan Barang dan <i>Reorder Point</i> yang Optimal	15
2.3. Contoh Masalah	16
2.4. Distribusi Gamma	18
BAB III MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK SATU JENIS BARANG DENGAN MELIBATKAN FAKTOR <i>ALL UNIT DISCOUNT</i>	20
3.1. Formulasi Model Persediaan Probabilistik Satu Jenis Barang Dengan Melibatkan Faktor <i>All Unit Discount</i>	21

3.2. Prosedur Pencarian Jumlah Pemesanan Barang dan <i>Reorder Point</i> yang Optimal	25
3.3. Contoh Masalah	26
BAB IV PENUTUP	34
DAFTAR PUSTAKA	35

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Variasi Keempat Komponen Biaya Dalam Model Persediaan	9
Gambar 2.2. Model Probabilistik Persediaan <i>EOQ</i>	11
Gambar 2.3. Distribusi Gamma	18

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Iterasi Nilai Q dan R	17
Tabel 3.1. Harga Penawaran Barang Dari Pihak Pemasok	27
Tabel 3.2. Nilai R Pada Tingkat Unit Harga Pembelian Barang	27
Tabel 3.3. Nilai Q Pada Tingkat Unit Harga Pembelian Barang	28
Tabel 3.4. Validasi Q	29
Tabel 3.5. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian	29
Tabel 3.6. Nilai R , Q , dan Validasi Q Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan <i>Service Level 90%</i>	30
Tabel 3.7. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan <i>Service Level 90%</i>	30
Tabel 3.8. Nilai R , Q , dan Validasi Q Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan <i>Service Level 95%</i>	31
Tabel 3.9. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan <i>Service Level 95%</i>	31
Tabel 3.10. Nilai R , Nilai Q , dan Validasi Q Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan <i>Service Level 99%</i>	32
Tabel 3.11. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan <i>Service Level 99%</i>	32

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di dalam suatu perusahaan manufaktur, persediaan berkaitan dengan penyimpanan bahan baku/bahan setengah jadi/barang jadi untuk dapat memastikan lancarnya suatu sistem produksi atau kegiatan bisnis bagi suatu perusahaan/industri. Persediaan merupakan salah satu faktor yang penting bagi perusahaan. Pengadaan persediaan yang terlalu banyak akan menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya yang besar untuk menyimpan barang tersebut, seperti biaya perawatan, biaya sewa, atau biaya asuransi. Namun sebaliknya, pengadaan persediaan yang sedikit akan menyebabkan kerugian bagi perusahaan, seperti biaya pesan (*setup cost*) yang meningkat, berhentinya produksi akibat kekurangan bahan baku sehingga mengakibatkan kehilangan pendapatan yang potensial, dan dampak lebih lanjut adalah hilangnya kepercayaan konsumen karena konsumen berpindah pada perusahaan/produk lain. Oleh sebab itu, pengaturan mengenai persediaan bagi perusahaan sangatlah penting.

Dalam dunia industri dan perdagangan, sering dijumpai bahwa *supplier* akan memberikan diskon kepada perusahaan jika perusahaan membeli barang dalam jumlah tertentu. Diskon dapat diberikan dalam dua kategori, yaitu diskon secara keseluruhan barang (*all unit discount*) dan diskon secara bertahap (*incremental discount*). Dilihat dari sisi pemasok, dengan adanya faktor diskon, pemasok mengharapkan perusahaan dapat membeli bahan baku/barang lebih banyak, sedangkan dilihat dari sisi perusahaan, perusahaan dapat memanfaatkan faktor diskon ini untuk menurunkan biaya total persediaan. Namun, selain faktor diskon yang dapat dimanfaatkan untuk menurunkan biaya total persediaan, perusahaan tentunya perlu mempertimbangkan bahwa dengan pembelian bahan baku/barang dalam jumlah banyak akan meningkatkan biaya simpan dan biaya perawatan yang secara langsung juga akan meningkatkan biaya total persediaan. Dalam

penelitian ini akan dibahas suatu model persediaan barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* yang diberikan pemasok kepada perusahaan dengan permintaan barang yang bersifat probabilistik, dimana permintaan barang selama *lead time* mengikuti Distribusi Gamma. Distribusi Gamma dipilih karena distribusi ini dapat “mendekati” distribusi lain seperti Distribusi Eksponensial dan Distribusi Normal untuk nilai-nilai parameter tertentu.

Banyak model-model persediaan barang yang telah dikaji dan diulas pada berbagai buku dan literatur yang ada. Model persediaan barang *Economic Order Quantity (EOQ)* seperti yang dikaji dan diulas di dalam [4] merupakan model persediaan barang yang paling sederhana. Dari model *EOQ* ini selanjutnya dikembangkan model-model persediaan barang yang lebih kompleks. Penelitian ini merupakan pengembangan model persediaan dari [2] dan [5]. Model persediaan barang dengan mempertimbangkan permintaan selama *lead time* mengikuti Distribusi Gamma telah dikembangkan dan dibahas pada [2] dan [5]. Namit dan Chen [2] membahas mengenai proses pencarian jumlah pemesanan barang dan waktu pemesanan barang yang optimum sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum dengan mempertimbangkan permintaan barang selama *lead time* berdistribusi Gamma. Selanjutnya, oleh Tyworth dan Ganeshan [5], dikembangkan suatu metode lain yang lebih sederhana dalam proses pencarian jumlah pemesanan barang dan waktu pemesanan barang yang optimum sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum untuk masalah yang sama. Pada penelitian ini akan dikembangkan suatu model persediaan untuk masalah yang sama dengan menambahkan faktor *all unit discount* yang diberikan pemasok kepada perusahaan sebagai pengembangan dari model persediaan ini. Hal ini merupakan kontribusi dari penelitian ini terhadap pengembangan model-model persediaan yang telah dibahas di [2] dan [5].

1.2 Rumusan Masalah

Penelitian ini lebih menekankan pada model persediaan probabilistik barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* yang diberikan *supplier* kepada perusahaan/industri, dimana permintaan barang pada masa *lead time* berdistribusi Gamma. Oleh karena itu, maka dalam penelitian ini dapat dirumuskan beberapa pokok bahasan sebagai berikut :

1. Bagaimana model matematika untuk sistem persediaan probabilistik barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* untuk permintaan barang pada masa *lead time* berdistribusi Gamma?
2. Bagaimana menentukan jumlah pemesanan yang optimum dari model persediaan probabilistik barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* untuk permintaan barang pada masa *lead time* berdistribusi Gamma?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menghasilkan model matematika untuk sistem persediaan probabilistik barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* untuk permintaan barang pada masa *lead time* berdistribusi Gamma.
2. Menentukan jumlah pemesanan yang optimum dari model persediaan probabilistik barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* untuk permintaan barang pada masa *lead time* berdistribusi Gamma.

1.4 Batasan Masalah

Untuk mempersempit ruang lingkup, maka terdapat batasan masalah yang perlu didefinisikan dalam penelitian ini. Masalah yang dibahas dalam penelitian ini yaitu hanya untuk model persediaan probabilistik barang dengan permintaan selama *lead time*

berdistribusi Gamma serta diskon yang diberikan dari *supplier* kepada perusahaan adalah *all unit discount*.

1.5 Sistematika Penulisan

Penelitian ini terdiri dari empat bab yang ditulis menurut sistematika sebagai berikut :

BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini merupakan awal dari keseluruhan penelitian yang memberikan gambaran umum mengenai seluruh isi dari penelitian ini. Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

BAB II : MODEL PROBABILISTIK PERSEDIAAN BARANG *ECONOMIC ORDER QUANTITY*

Pada bab ini dibahas mengenai model probabilistik persediaan barang *Economic Order Quantity (EOQ)*. Semua penjelasan pada bab ini merupakan teori-teori yang mendukung dalam pemecahan masalah yang akan dibahas pada bab tiga.

BAB III : MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK SATU JENIS BARANG DENGAN MELIBATKAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

Bab ini akan membahas mengenai konstruksi model persediaan probabilistik satu jenis barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* yang diturunkan dari model probabilistik persediaan barang *EOQ*. Pada bab ini juga akan dibahas mengenai algoritma untuk pencarian jumlah pemesanan yang optimal dari model persediaan barang tersebut sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum.

BAB IV : PENUTUP

Berisi kesimpulan yang dapat ditarik berdasarkan pembahasan yang diperoleh pada bab sebelumnya dan saran untuk penelitian lebih lanjut.

BAB II

MODEL PROBABILISTIK PERSEDIAAN BARANG

ECONOMIC ORDER QUANTITY

Masalah yang senantiasa dihadapi perusahaan berkenaan dengan persediaan barang adalah “berapa banyak barang yang harus dipesan” dan “kapan barang tersebut harus dipesan”. Pertanyaan pertama berkaitan dengan jumlah pemesanan (*order quantity*) dan pertanyaan kedua berkaitan dengan waktu dimana perusahaan harus mengajukan pemesanan. Perusahaan harus merencanakan pemesanan barang sebagai persediaan, karena adanya waktu (*lead time*) yang dibutuhkan oleh *supplier* untuk mengirimkan bahan baku/barang hingga dapat sampai pada perusahaan. Dengan perencanaan yang tepat, maka faktor kekurangan bahan baku/barang yang dapat menyebabkan berhentinya operasi produksi atau hilangnya pendapatan bagi perusahaan dapat diminimalkan. Pengajuan waktu pemesanan yang dilakukan oleh perusahaan dapat dibedakan menjadi dua, yaitu dengan pengulangan periodik (*periodic inventory system*) atau dengan pengulangan kontinu (*perpetual inventory system*). Pengulangan periodik berarti perusahaan melakukan pemesanan kembali dengan jumlah yang sama dalam jangka waktu tertentu, misalnya seminggu sekali, setiap tiga bulan sekali, dan sebagainya. Pengulangan kontinu berarti perusahaan melakukan pemesanan kembali dengan jumlah yang sama ketika tingkat persediaan barangnya mencapai jumlah tertentu.

Model probabilistik persediaan barang *EOQ* merupakan model persediaan yang menggambarkan kondisi sebenarnya pada dunia nyata. Tingkat permintaan barang yang sifatnya deterministik sangat jarang terjadi pada dunia nyata. Dalam kehidupan sehari-hari, tingkat permintaan akan suatu barang tentunya akan mengalami variasi dari waktu ke waktu. Model probabilistik persediaan barang dapat terjadi dikarenakan tingkat permintaan barang yang berubah-ubah, faktor *lead time* (pengiriman barang) yang tidak menentu, atau tingkat permintaan barang dan faktor *lead time* yang berubah-ubah. Dengan adanya tingkat

permintaan barang yang bervariasi dari waktu ke waktu tentunya sangat dimungkinkan untuk terjadinya kekurangan barang pada saat masa *lead time* karena permintaan barang yang tidak diharapkan atau karena waktu pengiriman barang yang lebih lama dari yang diharapkan. Dengan demikian dalam model persediaan probabilistik yang menjadi pusat perhatian adalah analisis perilaku persediaan barang selama *lead time*. Akibat dari hal tersebut, maka terdapat tiga kemungkinan yang dapat terjadi pada model probabilistik persediaan barang, yaitu :

1. Tingkat permintaan barang selama *lead time* konstan, namun waktu pengiriman barang berubah-ubah.
2. Waktu pengiriman barang konstan, namun tingkat permintaan barang selama *lead time* berubah-ubah.
3. Tingkat permintaan barang selama *lead time* dan waktu pengiriman barang berubah-ubah.

Model probabilistik persediaan barang *EOQ* yang dibahas pada bagian ini merupakan model probabilistik dengan tingkat permintaan barang selama *lead time* berubah-ubah, namun waktu pengiriman barang konstan. Asumsi-asumsi model probabilistik persediaan barang *EOQ* adalah

1. Tingkat permintaan barang selama *lead time* mengikuti suatu distribusi kepadatan peluang tertentu dan distribusi kepadatan peluang tersebut bersifat kontinu.
2. Kapasitas gudang penyimpanan barang tidak terbatas.
3. *Lead time* diketahui dan konstan.
4. Kekurangan barang terjadi ketika permintaan barang lebih besar daripada jumlah barang yang ada di gudang pada waktu *lead time*.
5. Permintaan yang tidak dipenuhi selama tenggang waktu (*lead time*) tersebut dipenuhi pada periode berikutnya.
6. Jumlah pemesanan yang dilakukan selalu sama untuk setiap pemesanan diajukan.
7. Biaya pembelian proporsional dengan banyaknya barang yang dibeli.
8. Biaya penyimpanan bergantung pada rata-rata jumlah barang yang disimpan.

Notasi-notasi yang digunakan dalam model probabilistik persediaan barang *EOQ* adalah

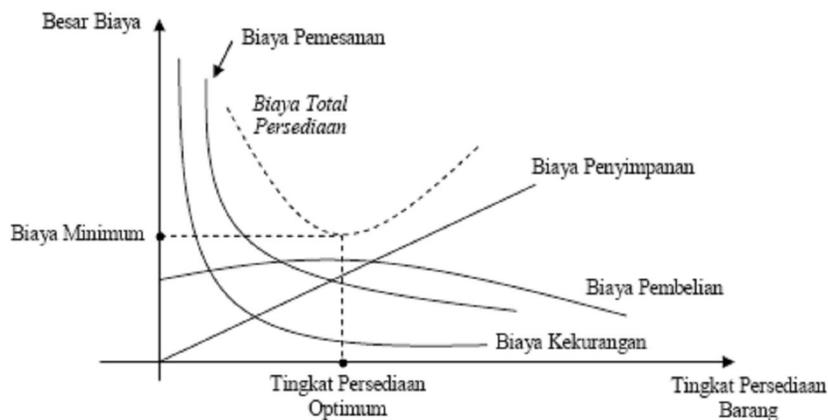
- D = Rata-rata besarnya permintaan barang per tahun.
- C = Biaya pemesanan untuk setiap kali pemesanan diajukan.
- H = Biaya penyimpanan per unit barang per tahun.
- π = Biaya kekurangan per unit barang.
- P = Harga beli barang per unit.
- Q = Jumlah pesanan barang yang optimal.
- R = Titik pemesanan kembali (*reorder point*).
- TAC = Biaya total persediaan.
- $f(x)$ = Fungsi kepadatan peluang dari permintaan barang pada masa *lead time*.

2.1 Formulasi Matematika Untuk Model Probabilistik Persediaan Barang *EOQ*

Menurut [4], biaya total persediaan meliputi biaya pembelian (*purchase cost*), biaya pemesanan (*setup cost*), biaya penyimpanan (*holding cost*), dan biaya kekurangan (*stockout cost*). Pengertian mengenai keempat komponen biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan lebih lanjut dijelaskan dibawah ini.

1. Biaya pembelian (*purchase cost*) adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli bahan baku/barang. Faktor biaya pembelian menjadi sangat berarti ketika *supplier* memberikan sejumlah diskon kepada perusahaan untuk pembelian dalam jumlah barang yang banyak. Hal ini dapat dimanfaatkan oleh perusahaan untuk menurunkan biaya total persediaan.
2. Biaya pemesanan (*setup cost*) adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan diajukan. Biaya ini dapat meliputi biaya ongkos kirim barang, biaya uji kualitas bahan baku, biaya kontrak pembelian. Jumlah pemesanan barang yang sedikit mengakibatkan frekuensi pemesanan semakin sering dilakukan dan mengakibatkan biaya pemesanan menjadi tinggi dan sebaliknya jumlah pemesanan barang yang banyak mengakibatkan frekuensi pemesanan menjadi semakin jarang dilakukan dan mengakibatkan biaya pemesanan menjadi rendah.

3. Biaya penyimpanan (*holding cost*) adalah biaya yang dikeluarkan untuk keperluan pemeliharaan, sewa tempat, asuransi atas barang/bahan baku yang ada. Semakin banyak persediaan barang akan mengakibatkan biaya penyimpanan menjadi besar.
4. Biaya kekurangan (*stockout cost*) adalah biaya yang timbul akibat kehabisan bahan baku/barang sehingga mengakibatkan perusahaan berhenti produksi/beroperasi. Kekurangan bahan baku dapat mengakibatkan hilangnya pendapatan yang potensial dan hilangnya kepercayaan konsumen pada perusahaan.



Gambar 2.1. Variasi Keempat Komponen Biaya Dalam Model Persediaan. [3]

Gambar diatas menjelaskan bagaimana variasi dari keempat komponen jenis biaya yang saling berinteraksi dalam menciptakan biaya total persediaan. Pengadaan persediaan barang dalam jumlah banyak akan menyebabkan biaya penyimpanan menjadi mahal, biaya pembelian menjadi mahal (jika tidak adanya diskon yang diberikan *supplier* kepada perusahaan untuk pembelian barang dalam jumlah yang banyak), sedangkan biaya pemesanan dan biaya kekurangan akan mengecil. Hal ini terjadi karena dengan jumlah persediaan barang yang banyak menyebabkan frekuensi pemesanan menjadi jarang dan kecil kemungkinannya untuk terjadinya kekurangan barang sehingga kebutuhan konsumen akan barang tersebut selalu dapat terpenuhi. Sebaliknya, pengadaan persediaan barang dalam jumlah sedikit akan menyebabkan biaya pemesanan dan biaya kekurangan barang akan membesar, sedangkan biaya penyimpanan dan biaya pembelian akan menjadi murah. Hal ini terjadi seiring dengan frekuensi pemesanan yang lebih sering dan peluang untuk

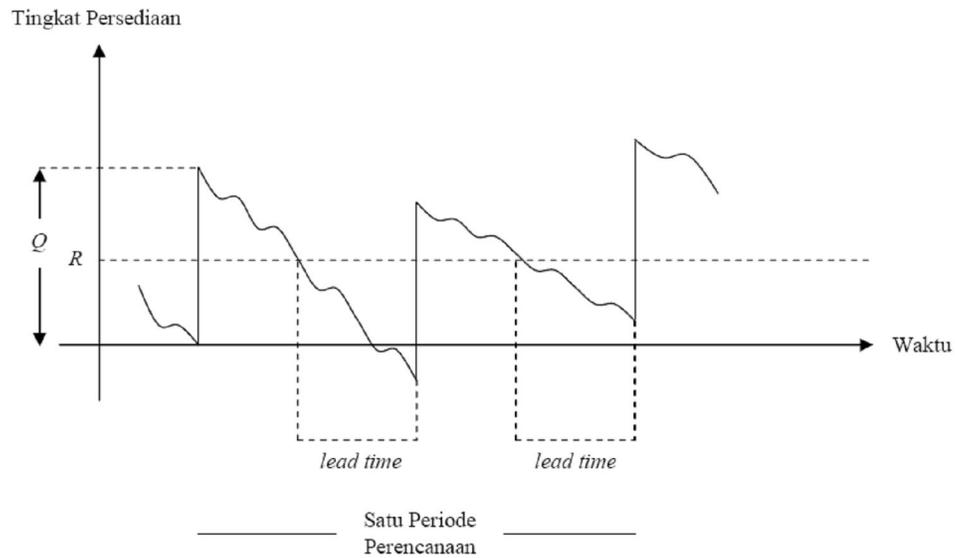
terjadinya kekurangan barang sangat besar sehingga konsumen akan menjadi kecewa ketika barang yang diinginkannya tidak tersedia. Dengan adanya kontradiksi diantara berbagai hubungan komponen biaya, maka perlu dicari solusi tentang jumlah persediaan barang yang dapat meminimalkan biaya total persediaan.

Banyaknya jumlah barang yang dipesan dan kapan waktu pemesanan akan sangat menentukan besarnya biaya total persediaan. Jumlah barang yang dipesan berkaitan dengan biaya pembelian, biaya penyimpanan, dan biaya pemesanan, sedangkan penetapan waktu pemesanan bertujuan untuk menjamin perusahaan tidak mengalami kekurangan bahan baku/barang yang akan mengakibatkan berhentinya produksi atau kegiatan bisnis sehingga menyebabkan hilangnya pendapatan bagi perusahaan. Oleh sebab itu, faktor jumlah pemesanan (*order quantity*) dan faktor waktu pemesanan yang harus dilakukan oleh perusahaan (*reorder point*) merupakan dua faktor yang sangat penting dalam menentukan besarnya biaya total persediaan. Dengan perkataan lain, perusahaan harus mampu menentukan berapa jumlah barang yang harus dipesan dan kapan barang tersebut harus dipesan sehingga meminimalkan biaya total persediaan.

Dengan demikian, secara matematika biaya total persediaan untuk model probabilistik persediaan barang *EOQ* dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Biaya Total Persediaan} = & \text{Biaya Pembelian} + \text{Biaya Pemesanan} + \\ & \text{Biaya Penyimpanan} + \text{Biaya Kekurangan} \quad (2.1) \end{aligned}$$

Misalkan rata-rata permintaan akan suatu barang sebesar D unit per tahun, biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan diajukan adalah C , biaya penyimpanan per unit barang per tahun adalah H , harga beli per unit barang adalah P , biaya kekurangan per unit barang adalah π , tingkat permintaan barang pada masa *lead time* mengikuti suatu distribusi peluang yang kontinu yaitu $f(x)$, dan perusahaan perlu mengajukan pemesanan kembali barangnya sebesar Q unit ketika tingkat persediaan telah mencapai R unit.



Gambar 2.2. Model Probabilistik Persediaan *EOQ*. [3]

Selanjutnya untuk memudahkan model probabilistik persediaan barang *EOQ*, maka satu periode perencanaan dalam Gambar 2.2 dimisalkan satu tahun.

Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli bahan baku/barang, sehingga besarnya biaya pembelian selama setahun adalah

$$\begin{aligned} \text{Biaya pembelian} &= \text{Rata-rata jumlah barang yang diminta} \times \text{Harga per unit barang} \\ &= DP \end{aligned} \tag{2.2}$$

Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan diajukan, sehingga besarnya biaya pemesanan selama setahun adalah

$$\begin{aligned} \text{Biaya pemesanan} &= \text{Biaya sekali pemesanan} \times \text{Frekuensi pemesanan dalam setahun} \\ &= C \times \frac{D}{Q} \\ &= \frac{CD}{Q} \end{aligned} \tag{2.3}$$

Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan untuk pemeliharaan barang selama barang tersebut disimpan, sehingga besarnya biaya penyimpanan selama setahun adalah

$$\text{Biaya penyimpanan} = \text{Biaya penyimpanan per unit barang} \times \text{Rata-rata banyaknya barang yang disimpan}$$

$$\begin{aligned} &= H \times \left[\frac{Q + E(R - x)}{2} + \frac{E(R - x)}{2} \right] \\ &= H \left[\frac{Q}{2} + E(R - x) \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Pada [1] didefinisikan bahwa rata-rata dari fungsi kepadatan peluang $f(x)$ yang kontinu adalah

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (*)$$

dan fungsi kepadatan peluang $f(x)$ memiliki sifat

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (**)$$

Karena X menyatakan variabel acak besarnya permintaan barang selama *lead time* yang mendefinisikan $X \geq 0$, maka persamaan (*) dan (**) dapat ditulis menjadi :

$$E(X) = \int_0^{\infty} x f(x) dx$$

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$$

Akibatnya pada persamaan (2.4), $E(R - x)$ dapat diurai menjadi :

$$\begin{aligned} E(R - x) &= \int_0^{\infty} (R - x) f(x) dx \\ &= \int_0^{\infty} R f(x) dx - \int_0^{\infty} x f(x) dx \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk mencari nilai Q dan R sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum, maka haruslah $\frac{\partial TAC}{\partial Q} = 0$ dan $\frac{\partial TAC}{\partial R} = 0$. Perhatikan jika $\frac{\partial TAC}{\partial Q} = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
 -\frac{CD}{Q^2} + \frac{H}{2} - \frac{\pi D}{Q^2} \left[\int_R^{\infty} (x-R)f(x)dx \right] &= 0 \\
 \frac{-2CD + HQ^2 - \pi D \left[\int_R^{\infty} (x-R)f(x)dx \right]}{2Q^2} &= 0 \\
 -2CD + HQ^2 - \pi D \left[\int_R^{\infty} (x-R)f(x)dx \right] &= 0 \\
 HQ^2 &= 2CD + \pi D \left[\int_R^{\infty} (x-R)f(x)dx \right] \\
 Q^2 &= \frac{2CD + \pi D \left[\int_R^{\infty} (x-R)f(x)dx \right]}{H} \\
 Q &= \sqrt{\frac{2CD + \pi D \left[\int_R^{\infty} (x-R)f(x)dx \right]}{H}} \tag{2.8}
 \end{aligned}$$

Perhatikan jika $\frac{\partial TAC}{\partial R} = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
 H + \frac{\pi D}{Q} \frac{\partial}{\partial R} \left[\int_R^{\infty} (x-R)f(x)dx \right] &= 0 \\
 H + \frac{\pi D}{Q} \frac{\partial}{\partial R} \left[\int_R^{\infty} xf(x)dx - \int_R^{\infty} Rf(x)dx \right] &= 0 \\
 H + \frac{\pi D}{Q} \left[-Rf(R) - \left(\int_R^{\infty} f(x)dx - Rf(R) \right) \right] &= 0
 \end{aligned}$$

$$H - \frac{\pi D}{Q} \left[\int_R^{\infty} f(x) dx \right] = 0$$

$$\int_R^{\infty} f(x) dx = \frac{HQ}{\pi D} \quad (2.9)$$

2.2 Prosedur (Algoritma) Pencarian Jumlah Pemesanan Barang dan *Reorder Point* yang Optimal

Prosedur untuk memperoleh jumlah pemesanan barang dan titik pemesanan kembali yang optimal untuk model probabilistik persediaan barang dengan tujuan meminimalkan biaya total persediaan dilakukan dengan menggunakan algoritma Hadley dan Whitin.

1. Hitung jumlah Q dengan menggunakan model ekonomis Wilson, yaitu $Q = \sqrt{\frac{2CD}{H}}$.
2. Masukkan nilai Q yang diperoleh langkah (1) pada $\int_R^{\infty} f(x) dx = \frac{HQ}{\pi D}$ untuk mendapatkan nilai R .
3. Masukkan nilai R yang diperoleh pada persamaan

$$Q = \sqrt{\frac{2CD + \pi D \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right]}{H}} \text{ untuk mendapatkan nilai } Q.$$

4. Masukkan nilai Q yang diperoleh langkah (3) pada persamaan $\int_R^{\infty} f(x) dx = \frac{HQ}{\pi D}$ untuk mendapatkan nilai R .
5. Ulangi langkah (3) dan (4) hingga diperoleh selisih untuk nilai Q dan selisih untuk nilai R yang sangat kecil dengan perhitungan sebelumnya.

2.3 Contoh Masalah [3]

Permintaan rata-rata suatu barang pada sebuah perusahaan adalah 1.000 unit per tahun dengan harga pembelian \$2 per unit. Biaya pemesanan adalah \$100 untuk sekali pemesanan, biaya penyimpanan per unit per tahun adalah \$2, biaya kekurangan per unit barang adalah \$10, dan anggaplah permintaan selama *lead time* mengikuti distribusi seragam di sepanjang kisaran 0 sampai 100. Tentukan jumlah barang yang harus dipesan sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum.

Jawab :

Diketahui bahwa $D = 1.000$, $P = \$2$, $C = \$100$, $H = \$2$, $\pi = \$10$ dan permintaan berdistribusi seragam, $X \sim U(0,100)$. Akibatnya $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{100}, & 0 \leq x \leq 100 \\ 0, & x \text{ yang lain} \end{cases}$ dan

$E(X) = 50$. Sehingga diperoleh :

$$\int_R^{\infty} f(x) dx = \int_R^{100} \frac{1}{100} dx = 1 - \frac{R}{100}$$

$$\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx = \int_R^{100} (x - R) \frac{1}{100} dx = 50 - R + \frac{R^2}{200}$$

Dengan demikian persamaan (2.8) dan (2.9) dapat ditulis :

$$Q = \sqrt{\frac{2CD + \pi D \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right]}{H}}$$

$$= \sqrt{\frac{2CD + \pi D \left[50 - R + \frac{R^2}{200} \right]}{H}} \quad (2.8')$$

$$\int_R^{\infty} f(x)dx = \frac{HQ}{\pi D}$$

$$1 - \frac{R}{100} = \frac{HQ}{\pi D}$$

$$R = 100 \left[1 - \frac{HQ}{\pi D} \right] \quad (2.9')$$

Langkah untuk mencari jumlah pemesanan yang optimal dilakukan dengan menggunakan algoritma di atas.

1. Untuk inisialisasi, maka $Q = \sqrt{\frac{2CD}{H}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1000}{2}} = 316,22$
2. Masukkan nilai $Q = 316,22$ pada persamaan (2.9') untuk mendapatkan nilai R . Selanjutnya nilai R yang diperoleh dimasukkan ke persamaan (2.8') untuk mendapatkan nilai Q . Nilai Q yang diperoleh dimasukkan lagi ke persamaan (2.9') untuk mendapatkan nilai R . Demikian seterusnya hingga diperoleh nilai Q dan R yang tidak berubah lagi. Hasil keluaran dari nilai Q dan R dirangkum dalam tabel berikut.

Tabel 2.1. Iterasi Nilai Q dan R .

Iterasi ke -	Q	R
0	316,2278	-
1	319,3744	93,6754447
2	319,437	93,6125122
3	319,4383	93,6112599
4	319,4383	93,6112349

Dengan demikian terlihat pada tabel di atas bahwa jumlah pemesanan yang optimal sebanyak $Q = 319,4383$ unit dan titik pemesanan kembali dilakukan ketika persediaan mencapai $R = 93,61$ unit. Besarnya biaya total persediaan adalah

$$TAC(Q, R) = DP + \frac{CD}{Q} + H \left[\frac{Q}{2} + R - 50 \right] + \frac{\pi D}{Q} \left[50 - R + \frac{R^2}{200} \right]$$

$$TAC(319,43 ; 93,61) = \$2.726,09$$

2.4 Distribusi Gamma

Distribusi Gamma merupakan distribusi peluang kontinu. Distribusi Gamma memiliki terapan yang luas dalam bidang rekayasa dan sains. Salah satu keunggulan dari Distribusi Gamma adalah Distribusi Gamma mampu menghampiri distribusi-distribusi peluang kontinu yang lain, seperti Distribusi Eksponensial dan Distribusi Normal, dimana hampirannya tergantung pada nilai parameter-parameter dari Distribusi Gamma tersebut.

Definisi : [6]

Misalkan X adalah peubah acak yang kontinu. Fungsi padat peluang dari Distribusi Gamma didefinisikan sebagai :

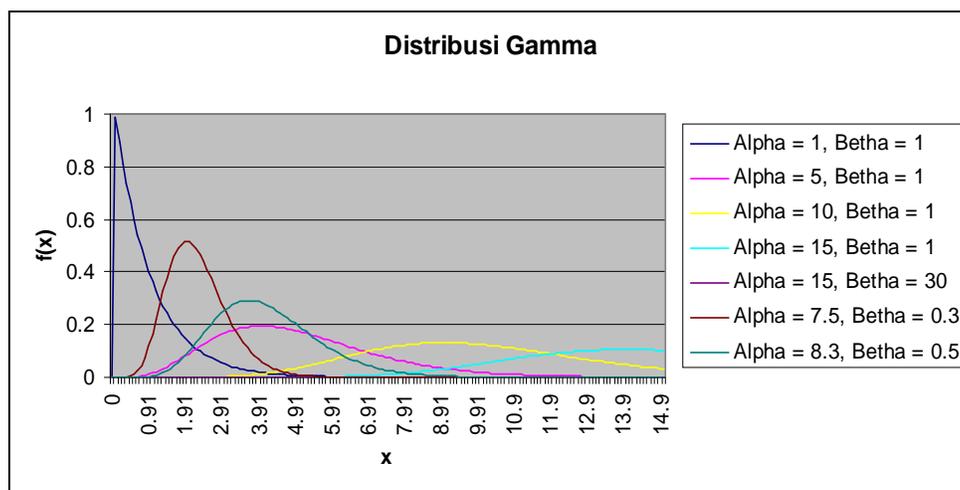
$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (2.10)$$

dengan parameter $\alpha > 0$, $\beta > 0$, dan $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$.

Teorema : [6]

Ekspektasi dan variansi dari Distribusi Gamma adalah $E(X) = \alpha\beta$ dan $V(X) = \alpha\beta^2$.

Bukti : Lihat [6].



Gambar 2.3. Distribusi Gamma Dengan Berbagai Nilai α dan β .

Pada Gambar 2.3 menunjukkan berbagai bentuk Distribusi Gamma dengan parameter α dan β yang berbeda-beda. Untuk $\alpha = \beta = 1$, maka Distribusi Gamma dapat menghampiri Distribusi Eksponensial. Untuk $\alpha = 10$ dan $\beta = 1$, maka Distribusi Gamma dapat menghampiri Distribusi Normal, sedangkan untuk $\alpha = 7.5$ dan $\beta = 0.3$, maka Distribusi Gamma dapat menghampiri Distribusi Normal yang miring ke kanan.

BAB III

MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK SATU JENIS BARANG DENGAN MELIBATKAN FAKTOR *ALL UNIT DISCOUNT*

Pada bab ini selanjutnya akan dikembangkan sebuah model probabilistik persediaan barang dengan melibatkan faktor *all unit discount*, dimana permintaan barang pada masa *lead time* berdistribusi Gamma. Dalam suatu kondisi, seringkali ditemukan bahwa *supplier* akan memberikan potongan harga (diskon) untuk pembelian barang/bahan baku dalam jumlah yang banyak. Hal ini tentunya akan mempengaruhi besarnya biaya pembelian yang secara langsung juga berdampak pada biaya total persediaan. Biaya pembelian sudah tidak lagi menjadi proporsional dengan banyaknya jumlah barang yang dibeli.

Model penelitian ini merupakan pengembangan model persediaan dari [2] dan [5]. Model persediaan barang dengan mempertimbangkan permintaan selama *lead time* mengikuti Distribusi Gamma telah dikembangkan dan dibahas pada [2] dan [5]. Namit dan Chen [2] membahas mengenai proses pencarian jumlah pemesanan barang dan waktu pemesanan barang yang optimum sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum dengan mempertimbangkan permintaan barang selama *lead time* berdistribusi Gamma. Selanjutnya, oleh Tyworth dan Ganeshan [5], dikembangkan suatu metode lain yang lebih sederhana dalam proses pencarian jumlah pemesanan barang dan waktu pemesanan barang yang optimum sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum untuk masalah yang sama. Pada penelitian ini akan dikembangkan suatu model persediaan untuk masalah yang sama dengan menambahkan faktor *all unit discount* yang diberikan pemasok kepada perusahaan sebagai pengembangan dari model persediaan ini.

3.1 Formulasi Model Persediaan Probabilistik Satu Jenis Barang Dengan Melibatkan Faktor *All Unit Discount*

Konsep dasar dari model persediaan barang ini berasal dari model probabilistik persediaan barang *EOQ* sebagaimana yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya. Banyaknya jumlah barang yang dipesan dan kapan pemesanan harus dilakukan oleh perusahaan sangat menentukan besarnya biaya total persediaan. Perusahaan harus mampu menentukan berapa jumlah barang yang harus dipesan dan kapan barang tersebut harus dipesan sehingga meminimalkan biaya total persediaan.

Asumsi-asumsi dalam model persediaan barang ini adalah

1. Tingkat permintaan barang selama *lead time* mengikuti Distribusi Gamma.
2. Kapasitas gudang penyimpanan barang tidak terbatas.
3. *Lead time* diketahui dan konstan.
4. Kekurangan barang terjadi ketika permintaan barang lebih besar daripada jumlah barang yang ada di gudang pada waktu *lead time*.
5. Permintaan yang tidak dipenuhi selama tenggang waktu (*lead time*) tersebut dipenuhi pada periode berikutnya.
6. Jumlah pemesanan yang dilakukan selalu sama untuk setiap pemesanan diajukan.
7. Biaya penyimpanan bergantung pada rata-rata jumlah barang yang disimpan.

Notasi-notasi yang digunakan dalam model persediaan barang ini adalah

- D = Rata-rata besarnya permintaan barang dalam satu periode perencanaan.
- P_i = Harga beli barang per unit.
- Q = Jumlah pesanan yang optimum.
- S = Biaya pemesanan untuk setiap kali pemesanan diajukan.
- h = Fraksi biaya simpan barang.
- π = Biaya kekurangan yang harus dikeluarkan perusahaan ketika terjadi kekurangan barang.
- $1 - \omega$ = *Service level*, yaitu tingkat keyakinan perusahaan dalam memenuhi

permintaan konsumen. ($0 < \omega < 1$)

R = Titik pemesanan kembali (*reorder point*).

$f(x)$ = Fungsi kepadatan peluang dari permintaan barang pada masa *lead time*.

TAC = Biaya total persediaan.

U = Batas jumlah barang yang dipesan dimana terjadi perubahan harga beli.

Keempat komponen jenis biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan sebagaimana yang telah disinggung pada bab sebelumnya tetap diperhitungkan dalam model persediaan ini. Dalam persamaan (2.1) dikemukakan bahwa biaya total persediaan merupakan penjumlahan dari biaya pembelian, biaya pemesanan, biaya penyimpanan, dan biaya kekurangan. Perbedaan yang tampak pada model ini terletak pada biaya pembelian yang disebabkan karena adanya faktor diskon yang diberikan oleh *supplier*. Dengan demikian, secara matematika biaya total persediaan dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Biaya Total Persediaan} = & \text{Biaya Pembelian} + \text{Biaya Pemesanan} + \\ & \text{Biaya Penyimpanan} + \text{Biaya Kekurangan} \quad (3.1) \end{aligned}$$

Pengertian dan besarnya keempat komponen jenis biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan dalam model persediaan ini lebih lanjut dijelaskan di bawah ini.

1. Biaya pembelian adalah biaya yang dikeluarkan untuk membeli bahan baku/barang. Karena dalam model persediaan ini terdapat faktor diskon yang diberikan *supplier*, maka besarnya harga per unit barang dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$P_i = \begin{cases} P_0 & \text{untuk } U_0 \leq Q < U_1 \\ P_1 & \text{untuk } U_1 \leq Q < U_2 \\ \vdots & \\ P_j & \text{untuk } U_j \leq Q < U_{j+1} \end{cases}$$

dimana $P_k > P_{k+1}, k = 0, 1, 2, 3, \dots, j-1$ untuk tiap unit barang.

Jika dalam setahun terdapat rata-rata permintaan barang sebesar D unit, maka besarnya biaya pembelian dalam setahun adalah

$$\text{Biaya pembelian} = \text{Harga per unit barang} \times \text{Jumlah permintaan}$$

$$= P_i D \quad (3.2)$$

2. Biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan ketika sebuah pesanan diajukan. Jika besarnya biaya yang dikeluarkan untuk setiap kali pesanan diajukan sebesar S , maka besarnya biaya pemesanan dalam setahun adalah

$$\begin{aligned} \text{Biaya pemesanan} &= \text{Biaya sekali pemesanan} \times \text{Frekuensi pemesanan dalam setahun} \\ &= S \times \frac{D}{Q} \\ &= \frac{SD}{Q} \end{aligned} \quad (3.3)$$

3. Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan untuk keperluan pemeliharaan, sewa tempat, atau biaya asuransi atas barang/bahan baku yang ada. Jika besarnya biaya simpan barang per unit per tahun dinyatakan dalam fraksi dari harga beli barang per unit yaitu sebesar $P_i h$, maka besarnya biaya penyimpanan dalam setahun adalah

$$\begin{aligned} \text{Biaya penyimpanan} &= \text{Biaya simpan per unit barang} \times \\ &\quad \text{Rata-rata barang yang disimpan} \\ &= P_i h \times \left[\frac{Q + E(R - x)}{2} + \frac{E(R - x)}{2} \right] \\ &= P_i h \left[\frac{Q}{2} + E(R - x) \right] \\ &= P_i h \left[\frac{Q}{2} + R - E(X) \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

4. Biaya kekurangan (biaya pinalti) adalah biaya yang dikeluarkan karena kehabisan barang. Kekurangan barang terjadi ketika jumlah permintaan barang selama *lead time* lebih besar daripada jumlah barang yang ada pada gudang. Jika besarnya biaya kekurangan yang dikeluarkan perusahaan sebesar π untuk setiap terjadi kekurangan barang, maka besarnya biaya kekurangan barang dalam setahun adalah

$$\text{Biaya kekurangan} = \text{Biaya kekurangan} \times \text{Rata-rata kekurangan barang} \times$$

Frekuensi kekurangan dalam setahun

$$\begin{aligned}
 &= \pi \times E(x - R) \times \frac{D}{Q} \\
 &= \frac{\pi D}{Q} \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right] \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.2), (3.3), (3.4), dan (3.5) ke dalam persamaan (3.1), maka diperoleh biaya total persediaan untuk model persediaan barang ini adalah

$$TAC(Q, R) = P_i D + \frac{SD}{Q} + P_i h \left(\frac{Q}{2} + R - E(X) \right) + \frac{\pi D}{Q} \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right] \tag{3.6}$$

Selanjutnya untuk mencari nilai Q dan R sehingga diperoleh biaya total persediaan yang minimum, maka haruslah $\frac{\partial TAC}{\partial Q} = 0$ dan $\frac{\partial TAC}{\partial R} = 0$. Perhatikan jika $\frac{\partial TAC}{\partial Q} = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
 &-\frac{SD}{Q^2} + \frac{P_i h}{2} - \frac{\pi D}{Q^2} \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right] = 0 \\
 &\frac{-2SD + P_i h Q^2 - 2\pi D \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right]}{2Q^2} = 0 \\
 &-2SD + P_i h Q^2 - 2\pi D \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right] = 0 \\
 &Q^2 = \frac{2SD + 2\pi D \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right]}{P_i h} \\
 &Q = \sqrt{\frac{2D \left(S + \pi \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right] \right)}{P_i h}} \tag{3.7}
 \end{aligned}$$

Perhatikan jika $\frac{\partial TAC}{\partial R} = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
 P_i h + \frac{\pi D}{Q} \frac{\partial}{\partial R} \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right] &= 0 \\
 P_i h + \frac{\pi D}{Q} \frac{\partial}{\partial R} \left[\int_R^{\infty} x f(x) dx - \int_R^{\infty} R f(x) dx \right] &= 0 \\
 P_i h + \frac{\pi D}{Q} \left[-Rf(R) - \left(\int_R^{\infty} f(x) dx - Rf(R) \right) \right] &= 0 \\
 P_i h - \frac{\pi D}{Q} \left[\int_R^{\infty} f(x) dx \right] &= 0 \\
 \int_R^{\infty} f(x) dx &= \frac{P_i h Q}{\pi D} \tag{3.8}
 \end{aligned}$$

Karena pada model ini terdapat *service level*, yaitu tingkat keyakinan perusahaan dalam memenuhi permintaan konsumennya dan persamaan (3.8) dapat dipandang sebagai ketidakmampuan perusahaan dalam memenuhi permintaan konsumen, maka persamaan (3.8) dapat ditulis menjadi

$$\int_R^{\infty} f(x) dx = \omega \tag{3.9}$$

3.2 Prosedur Pencarian Jumlah Pemesanan Barang dan *Reorder Point* yang Optimal

Untuk mencari jumlah pemesanan barang dan titik pemesanan kembali yang optimal sehingga meminimumkan biaya total persediaan dalam model persediaan barang ini diperlukan suatu algoritma. Hal ini dikarenakan pada persamaan (3.7) dan persamaan (3.9) terdapat variabel Q dan R yang tidak dapat saling disubstitusikan atau saling bergantung satu sama lain pada kedua persamaan tersebut. Selain faktor tersebut diatas, pada persamaan (3.7) juga terdapat tingkat perbedaan harga (*price break*) yang diberikan

supplier kepada perusahaan. Oleh sebab itu dibutuhkan suatu algoritma untuk mencari jumlah pemesanan barang dan titik pemesanan kembali yang optimal.

Prosedur untuk memperoleh jumlah pemesanan barang dan titik pemesanan kembali yang optimal untuk model probabilistik persediaan barang dengan melibatkan faktor *all unit discount* dilakukan dengan langkah berikut :

Untuk masing-masing tingkatan harga (*price break*) yang diberikan oleh *supplier*, maka :

1. Hitung nilai R dengan menggunakan $\int_R^{\infty} f(x)dx = \omega$.
2. Hitung nilai Q dengan menggunakan $Q = \sqrt{\frac{2D \left(S + \pi \left[\int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx \right] \right)}{P_i h}}$.
3. Bandingkan Q dengan U . Jika Q berada dalam interval U ($U_j \leq Q < U_{j+1}$), maka Q valid.
4. Jika Q tidak valid, maka
 - (i) Untuk Q yang lebih kecil dari interval U , gunakan U_j .
 - (ii) Untuk Q yang lebih besar dari interval U , gunakan U_{j+1} .
5. Hitung TAC untuk setiap Q yang valid dan semua U yang mungkin.
6. Pilihlah jumlah pesanan (Q) yang memberikan nilai TAC paling minimum.

3.3 Contoh Masalah

Sebuah perusahaan yang bergerak di bidang penyediaan produk makanan membutuhkan rata-rata suatu barang sebanyak 500 unit per tahun dengan biaya pesan Rp. 150.000,00 per sekali pesan dan fraksi biaya simpan per unit barang adalah 0.2 dari harga pembelian barang tersebut. Permintaan barang selama *lead time* mengikuti Distribusi Gamma dengan parameter α dan β yang positif, serta jika terjadi kekurangan barang, maka perusahaan akan mengeluarkan biaya sebesar Rp. 500,00 untuk setiap terjadinya kekurangan barang.

Pihak pemasok akan memberikan potongan harga *all unit discount* dengan penawaran harga sebagai berikut :

Tabel 3.1. Harga Penawaran Barang Dari Pihak Pemasok.

Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit
≤ 160	Rp. 11.500,00
161 – 180	Rp. 11.000,00
181 – 200	Rp. 10.500,00
> 200	Rp. 10.000,00

Pada masalah ini akan dilakukan penentuan jumlah barang yang harus dipesan oleh perusahaan agar diperoleh biaya total persediaan yang minimum pada tingkat *service level* dari perusahaan sebesar 90%, 95%, dan 99% dengan parameter $\alpha = 1$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 5$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 10$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 15$ dan $\beta = 1$.

Jawab :

Diketahui : $D = 500$ unit per tahun, $S = \text{Rp. } 150.000,00$, $h = 0.2$, $\pi = \text{Rp. } 500,00$ dan $X \sim \text{Gamma } (\alpha, \beta)$.

Untuk tingkat *service level* dari perusahaan sebesar 90% dengan $\alpha = 1$ dan $\beta = 1$, maka penentuan jumlah pemesanan yang optimal sehingga dihasilkan biaya total persediaan yang minimum dilakukan dengan menggunakan algoritma yang telah dijelaskan pada 3.2.

1. Dengan menggunakan persamaan (3.9) dan $f(x) = e^{-x}$ akan dicari nilai R pada setiap tingkat unit harga pembelian barang.

Tabel 3.2. Nilai R Pada Tingkat Unit Harga Pembelian Barang.

Harga/Unit	R (unit)
Rp. 11.500,00	3
Rp. 11.000,00	3
Rp. 10.500,00	3
Rp. 10.000,00	3

2. Dengan menggunakan persamaan (3.7) akan dicari nilai Q pada setiap tingkat unit harga pembelian barang.

Tabel 3.3. Nilai Q Pada Tingkat Unit Harga Pembelian Barang.

Harga/Unit	Q (unit)
Rp. 11.500,00	256
Rp. 11.000,00	262
Rp. 10.500,00	268
Rp. 10.000,00	274

3. Untuk harga pembelian barang per unit sebesar Rp. 11.500,00, diperoleh Q yang harus dipesan adalah 256 unit. Namun dalam hal ini, untuk harga pembelian sebesar Rp. 11.500,00, pemasok hanya mengizinkan pembelian barang maksimal sebesar 160 unit. Hal ini menyebabkan Q menjadi tidak valid. Akibatnya, untuk masalah ini dipilih $Q = 160$ unit.

Untuk harga pembelian barang per unit sebesar Rp. 11.000,00, diperoleh Q yang harus dipesan adalah 262 unit. Namun dalam hal ini, untuk harga pembelian sebesar Rp. 11.000,00, pemasok hanya mengizinkan pembelian barang maksimal sebesar 180 unit. Hal ini menyebabkan Q menjadi tidak valid. Akibatnya, untuk masalah ini dipilih $Q = 180$ unit.

Untuk harga pembelian barang per unit sebesar Rp. 10.500,00, diperoleh Q yang harus dipesan adalah 268 unit. Namun dalam hal ini, pemasok akan memberikan harga pembelian sebesar Rp. 10.500,00 untuk tiap unit barangnya jika perusahaan membeli barang dengan jumlah 181-200 unit. Hal ini menyebabkan Q menjadi tidak valid. Akibatnya, untuk masalah ini dipilih $Q = 200$ unit.

Untuk harga pembelian barang per unit sebesar Rp. 10.000,00, diperoleh Q yang harus dipesan adalah 274 unit. Kondisi ini sesuai dengan rentang jumlah barang yang diijinkan oleh pemasok yaitu > 200 unit. Akibatnya untuk masalah ini dipilih $Q = 274$ unit.

Tabel 3.4. Validasi Nilai Q .

Harga/Unit	Q (unit)
Rp. 11.500,00	160
Rp. 11.000,00	180
Rp. 10.500,00	200
Rp. 10.000,00	274

4. Dengan menggunakan persamaan (3.6) serta besarnya Q dan R yang telah diperoleh pada langkah (1) dan (3), maka besarnya biaya total persediaan untuk masing-masing tingkat harga pembelian adalah

Tabel 3.5. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian.

Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit	Q (unit)	R (unit)	TAC
≤ 160	Rp. 11.500,00	160	3	Rp. 6.407.507,00
161 – 180	Rp. 11.000,00	180	3	Rp. 6.119.206,00
181 – 200	Rp. 10.500,00	200	3	Rp. 5.839.325,00
> 200	Rp. 10.000,00	274	3	Rp. 5.551.814,00

Dengan demikian, untuk *service level* dari perusahaan sebesar 90% dengan $\alpha = 1$ dan $\beta = 1$ jumlah barang yang harus dipesan oleh perusahaan untuk setiap kali pesanan diajukan sehingga meminimumkan biaya total persediaan adalah sebanyak 274 unit dan perusahaan perlu mengajukan pemesanan kembali ketika tingkat persediaan telah mencapai 3 unit serta biaya total persediaannya adalah Rp. 5.551.814,00.

Dengan cara yang sama, tabel berikut merangkum nilai R , Q , validasi Q , dan biaya total persediaan pada $\alpha = 5$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 10$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 15$ dan $\beta = 1$ dengan *service level* 90%.

Tabel 3.6. Nilai R , Q , dan Validasi Q Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan *Service Level* 90%.

α	β	Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit	Q (unit)	Validasi Q (unit)	R (unit)
5	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	8
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	8
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	8
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	8
10	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	15
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	15
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	15
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	15
15	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	21
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	21
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	21
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	21

Tabel 3.7. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan *Service Level* 90%.

α	β	Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit	TAC
5	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.409.900,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.121.488,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.841.500,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.553.868,00
10	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.414.568,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.125.949,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.845.755,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.557.908,00
15	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.416.706,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.128.006,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.847.725,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.559.814,00

Di bawah ini akan diberikan keluaran hasil untuk contoh masalah di atas dengan *service level* 95% dan 99% dengan parameter $\alpha = 1$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 5$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 10$ dan $\beta = 1$, $\alpha = 15$ dan $\beta = 1$.

Tabel 3.8. Nilai R , Q , dan Validasi Q Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan *Service Level* 95%.

α	β	Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit	Q (unit)	Validasi Q (unit)	R (unit)
1	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	3
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	3
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	3
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	3
5	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	10
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	10
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	10
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	10
10	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	16
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	16
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	16
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	16
15	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	22
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	22
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	22
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	22

Tabel 3.9. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan *Service Level* 95%.

α	β	Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit	TAC
1	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.407.428,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.119.136,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.839.263,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.551.768,00
5	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.414.368,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.125.772,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.845.595,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.557.792,00
10	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.416.698,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.127.998,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.847.719,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.559.809,00
15	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.418.928,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.130.136,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.849.763,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.561.768,00

Tabel 3.10. Nilai R , Q , dan Validasi Q Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan *Service Level* 99%.

α	β	Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit	Q (unit)	Validasi Q (unit)	R (unit)
1	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	5
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	5
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	5
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	5
5	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	12
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	12
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	12
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	12
10	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	19
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	19
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	19
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	19
15	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	256	160	26
		161 – 180	Rp. 11.000,00	262	180	26
		181 – 200	Rp. 10.500,00	268	200	26
		> 200	Rp. 10.000,00	274	274	26

Tabel 3.11. Biaya Total Persediaan Pada Tingkat Harga Pembelian Dengan *Service Level* 99%.

α	β	Jumlah Barang (unit)	Harga/Unit	TAC
1	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.411.966,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.123.481,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.843.413,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.555.732,00
5	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.418.872,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.130.086,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.849.717,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.561.735,00
10	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.423.477,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.134.490,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.853.921,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.565.738,00
15	1	≤ 160	Rp. 11.500,00	Rp. 6.428.066,00
		161 – 180	Rp. 11.000,00	Rp. 6.138.881,00
		181 – 200	Rp. 10.500,00	Rp. 5.858.113,00
		> 200	Rp. 10.000,00	Rp. 5.569.732,00

Pada Tabel 3.5, 3.6, 3.8, dan 3.10 terlihat bahwa kuantitas pemesanan yang optimal relatif tidak berubah untuk *service level* 90%, 95%, dan 99%, yaitu sebesar 274 unit, namun titik pemesanan kembalinya berbeda, dimana titik pemesanan kembali akan semakin besar untuk *service level* yang tinggi. Hal ini terjadi karena perusahaan perlu memiliki cadangan persediaan barang yang cukup untuk dapat menjamin dipenuhinya permintaan pada masa *lead time* sehingga tidak terjadi kekurangan barang. Selain itu, sebagai pengaruh dari *service level* yang tinggi, biaya persediaan total juga semakin tinggi mengingat perusahaan perlu mengeluarkan biaya tambahan untuk meyakinkan bahwa permintaan yang terjadi selama *lead time* sedapat mungkin sebagian besar dapat terpenuhi.

BAB IV

PENUTUP

Pada penelitian ini telah dikembangkan suatu model persediaan probabilistik untuk satu jenis barang yang melibatkan faktor *all unit discount*. Analisis dilakukan dengan menggunakan Distribusi Gamma untuk distribusi permintaan selama *lead time*. Analisis sensitivitas dilakukan dengan menggunakan beberapa nilai *service level* yaitu 90%, 95%, dan 99%, serta disimpulkan bahwa semakin tinggi tingkat *service level* yang diberikan perusahaan, maka titik pemesanan kembali dan biaya persediaan total akan semakin tinggi. Pengembangan lebih lanjut untuk model persediaan ini dapat dilakukan dengan mempertimbangkan faktor lain selain *all unit discount* seperti waktu kadaluarsa barang dan faktor diskon yang lain yaitu *incremental discount*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Montgomery, Douglas C., and Runger, George C., 2007, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 4th ed, John Willey, New Jersey.
- [2]. Namit, Kal, and Chen, Jim, 1999, "Solution to the $\langle Q,r \rangle$ Inventory Model for Gamma Lead-Time Demand", *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Vol. 29, No. 2, pp. 138-151.
- [3]. Taha, Hamdy A., 2007, *Operations Research : An Introduction*, 8th ed., Pearson Prentice Hall, New Jersey.
- [4]. Tersine, Richard J., 1994, *Principles of Inventory and Material Management*, 4th ed., Prentice Hall, New Jersey.
- [5]. Tyworth, John E., and Ganeshan, Ram, 2000, "Research Note : A Note on Solution to the $\langle Q,r \rangle$ Inventory Model for Gamma Lead-Time Demand", *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Vol. 30, No. 6, pp. 534-539.
- [6]. Walpole, Ronald E., dan Myers, Raymond E., 1995, *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*, 4th ed, Institut Teknologi Bandung.